

A klasszikus mechanika alapjai

FIZIKA 9.

Mozgások, állapotváltozások

2019. szeptember 4.

Tartalomjegyzék

1 Alapfogalmak

- Az SI alapegységei
- Az SI előtagok
- Származtatott mennyiségek

2 Kinematika

- Kinematikai alapfogalmak
- Vonatkoztatási rendszer
- Egyenletes mozgások
- Sebességösszeadás
- Grafikonelemzés

3 Dinamika

- A dinamika fejlődése
- A Newton-törvények
- Az erő fogalma
- Az erőtvények
- A rugalmas erő
- A csúszási súrlódás
- A tapadási súrlódás
- A közegellenállási erő
- A gravitációs erőtvény

Az SI mértékegységrendszer alapegységei

Az 1960. október 11.-én tartott Általános Súly- és Mértékügyi Konferencián elfogadták a **Mértékegységek Nemzetközi Rendszerét**, röviden az SI-t (*Système International d'Unités*).

mértékegység	jele	menyiség neve	menyiség jele
méter	m	hosszúság	l, h, S
kilogramm	kg	tömeg	m
másodperc	s	idő	t
amper	A	áramerősség	I
kelvin	K	hőmérséklet	T
mól	mol	anyagmenyiség	n
kandela	cd	fényerősség	I_v

1. táblázat. A nemzetközileg meghatározott hét alapegység

Az SI előtagok: a többszörösök

Az SI alapegységek elé különböző nagyságú előtagok rakhatók, pl. a méter 1000-szerese a kilométer.

Előtag	Jele	Hatványalak	Számnév alak
exa-	<i>E</i>	10^{18}	trillió
peta-	<i>P</i>	10^{15}	billiárd
tera-	<i>T</i>	10^{12}	billió
giga-	<i>G</i>	10^9	milliárd
mega-	<i>M</i>	10^6	millió
kilo-	<i>k</i>	10^3	ezer
hekto-	<i>h</i>	10^2	száz
deka-	<i>dk</i>	10^1	tíz

2. táblázat. Az SI prefixumai (a többszörösök)

Az SI előtagok: a törtrészek

A prefixumokat nem lehet többszörösen alkalmazni: a kilogramm milliomod része **milligramm** és nem mikrokilogramm.

Előtag	Jele	hatvánnyal	számnévvel
deci-	<i>d</i>	10^{-1}	tized
centi-	<i>c</i>	10^{-2}	század
milli-	<i>m</i>	10^{-3}	ezred
mikro-	μ	10^{-6}	milliomod
nano-	<i>n</i>	10^{-9}	milliárdod
piko-	<i>p</i>	10^{-12}	billiomod
femto-	<i>f</i>	10^{-15}	billiárdod
atto-	<i>a</i>	10^{-18}	trilliomod

3. táblázat. Az SI prefixumai (a törtrészek)

Az SI származtatott mennyiségei

Az alapegységekből további mértékegységeket lehet származtatni. Például a sebességet a test által megtett út hosszának és a közben eltelt időnek a hányadosából származtatjuk. $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Mértékegység	Jele	Mennyiség neve	Alapegység
m/s	v	sebesség	$m \cdot s^{-1}$
m/s^2	a	gyorsulás	$m \cdot s^{-2}$
kg/m^3	ρ	sűrűség	$kg \cdot m^{-3}$
radián	rad	szög	$m \cdot m^{-1}$
hertz	Hz	frekvencia	s^{-1}
newton	N	erő, súly	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
pascal	Pa	nyomás	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
joule	J	energia, munka, hő	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
watt	W	teljesítmény	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

4. táblázat. Az SI származtatott mennyiségei. Ezek számértékének meghatározását mindig alapegységek mérésére vezetjük vissza.

A mechanikában használatos SI alapegységek definíciói

Az idő mértékegysége a másodperc (s)

A $t = 1$ s az alapállapotú cézium-133 atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenetnek megfelelő elektromágneses sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama.

A hosszúság mértékegysége a méter (m)

Az $l = 1$ m annak az útnak a hosszúsága, amelyet a fény vákuumban a másodperc 299 792 458-ad része alatt megtesz.

A tömeg mértékegysége a kilogramm (kg)

A Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban, Sèvres-ben őrzött platina-irídium hengernek a tömege éppen $m = 1$ kg. Mára ez a definíció is elavult.

A mechanika felosztása

A kinematika (mozgástan)

A szó a görög *κίνημα* (mozgás) szóból származik. Feladata a mozgások pusztán leírása: a test helyének, helyzetének meghatározása, a megtett út, a sebesség, a gyorsulás kiszámítása. Csak leírja, hogy mi történik a testtel, nem foglalkozunk a mozgásváltozásokat létrehozó erőkkel.

A dinamika (erőtan)

A szó a görög *δυναμικός* (erő) szóból származik. A dinamika feladata nem más, mint meghatározni azokat az erőket, amik a test mozgásállapotának megváltozását okozzák.

Megjegyzés: ezeken kívül a mechanikában további kategóriák is léteznek: pl. áramlástan, égi mechanika, statika, statisztikus mechanika.

Kinematikai alapfogalmak

A testek helye (hol vannak) és helyzete (merre néznek) megváltozhat a különböző típusú mozgások során:

- haladó mozgás
- forgómozgás
- haladó- és forgómozgásból álló összetett mozgás

Egy test állapotának kinematikai jellemzői:

- **Pálya:** Az a görbe^a, amin a test a mozgás során végighalad.
- **Út:** A test által bejárt pályahossz méterben megadott hossza.
- **Elmozdulás:** A kezdőpontból a végpontba mutató irányított szakasz. Az út nem lehet hosszabb az elmozdulás nagyságánál.

^aAz egyenes is egy görbe, a görbülete 0.

A vontkoztatási pontok és vonatkoztatási rendszerek.

A testek helyét, helyzetét és mozgását más testekhez viszonyítjuk

- A pályán kijelölhetünk egy **vonatkoztatási pontot**, melyhez képest megadjuk a pályán mozgó test kinematikai jellemzőit.
- Megadhatunk egy (vagy több) testet amelyhez képest megadjuk a test helyét, helyzetét és mozgását. Az így megadott test(ek)et hívjuk **vonatkoztatási rendszernek**.

Vonatkoztatási rendszer lehet:

- egy jellegzetes tölgyfa, egy kijelölt tábla az út mentén;
- a Föld, vagy bármelyik égitest;
- akár maga a vizsgált mozgó jármű belseje is;
- te magad, vagy a legjobb barátod;
- az állócsillagokhoz rögzített koordináta-rendszer, stb.

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás

Egyenletes mozgások

A test egyenlő idők alatt egyenlő utakat jár be: Ha 5 s alatt megtett 10 m-t, akkor később, pl. 2 perc múlva is 5 s alatt 10 m-t tesz meg.

A megtett út	0 m	2 m	4 m	6 m	8 m	10 m
Az eltelt idő	0 s	1 s	2 s	3 s	4 s	5 s
Hányadosuk	-	2 m/s	2 m/s	2 m/s	2 m/s	2 m/s

5. táblázat. A test által megtett út és a közben eltelt idő között egyenes arányosság van. A két szám hányadosa állandó, melynek neve sebesség.

A test sebessége a következő összefüggéssel számítható ki:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1)$$

A sebességösszeadás összefüggései

Hogyan összegződik egyenes mentén zajló mozgás sebessége?

Egy metró elindul előre állandó $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ sebességgel.

Közben te a metrón **előre** mész állandó $v_2 = 2 \frac{m}{s}$ sebességgel.

A peronon maradt szemlélődő számára a te sebességed:

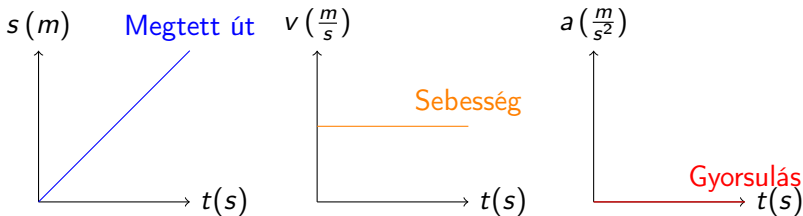
$$v = v_1 + v_2 = 10 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s} = 12 \frac{m}{s}$$

Legjobb barátod a metróban **hátrafelé** halad $v_3 = 1 \frac{m}{s}$ sebességgel.

A peronon maradt szemlélődő számára a barátod sebessége:

$$v = v_1 + v_3 = 10 \frac{m}{s} + (-1) \frac{m}{s} = 9 \frac{m}{s}$$

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikonjai



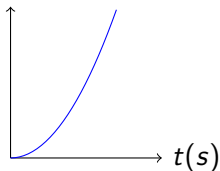
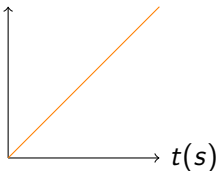
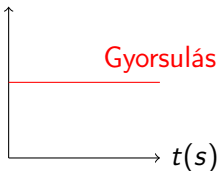
Egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén:

Az út-idő diagram lineárisan^a nő, a sebesség-idő diagram konstans^b és a gyorsulás pedig nulla, hiszen a sebesség nem változik meg.

^aazaz egyenletesen

^bállandó, tehát nem változik az értéke

Az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás grafikonjai

 $s(m)$ Megtett út $v(\frac{m}{s})$ Sebesség $a(\frac{m}{s^2})$ 

Gyorsuló mozgás esetén:

Az út-idő diagram félpárola, a sebesség-idő diagram lineáris és a gyorsulás pedig konstans. A négyzetes úttörvény és gyorsulás:

$$S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (2)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (3)$$

A dinamika fejlődése

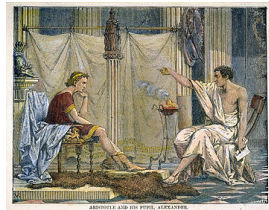
Az arisztotelészi dinamika

Arisztotelész (Kr. e. 384 - Kr. e. 322) és társai által megalkotott mozgáskép lényege az volt, hogy a testek mozgásának fenntartásához egy folyamatos hatás szükséges.

Ebben a leírásban az erő a sebességgel arányos:

$$F \sim v \quad (4)$$

A hétköznapi tapasztalatból indult ki, de ezen elmélet alapján sok jelenség nem magyarázható.



1. ábra. Arisztotelész, mint Nagy Sándor nevelője.

A dinamika fejlődése

A newtoni dinamika

Sir Isaac Newton (1642. december 25. – 1727. március 20.) által megalkotott mozgásképbén egy egyenletes mozgás fenntartásához nem kell erő. A testek tehetetlenek, a mozgásállapotot a test megtartja, ha nincs külső hatás.

Itt az erő a gyorsulás között arányosság áll fenn:

$$F \sim a \quad (5)$$

Az arányossági tényező a tömeg, a test tehetetlensége:

$$F = m \cdot a \quad (6)$$



2. ábra. Newton angol fizikus, matematikus, csillagász, filozófus és alkimista volt.

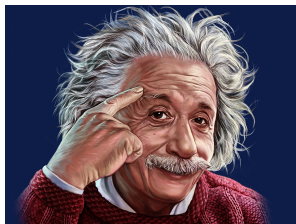
A dinamika fejlődése

Relativisztikus dinamika

Albert Einstein (1879. március 14. – 1955. április 18.) rájött 1905-ben, hogy a fény terjedési sebesség az álló és mozgó rendszerekben is ugyanannyi.

Furcsának tűnő jelenségek:

- A fénysebességgel közeledő vonat fényét nem látnád meg előre, ha feléd menne.
- Egy fénysebességet megközelítő test hossza megrövidül.



3. ábra. Einstein tudja, hogy a mozgó rendszerben az idő lassabban halad.

Newton-féle mozgástörvények (axiómák)

1. axióma: A tehetetlenség törvénye

Minden test nyugalomban marad vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez mindaddig, míg ezt az állapotot környezete meg nem változtatja egy kölcsönhatás során.

2. axióma: A dinamika alapegyenlete

Egy pontszerű test a gyorsulása azonos irányú a testre ható F erővel, nagysága egyenesen arányos az erő nagyságával, és fordítottan arányos a test m tömegével.

3. axióma: A hatás-ellenhatás törvénye

Két test kölcsönhatása során mindkét testre azonos nagyságú, azonos hatásvonalú és egymással ellentétes irányú erő hat.

1. A tehetetlenség törvénye

Ha nincs külső hatás (vagy a hatások kiegyenlítik egymást) akkor a testek ugyanazt csinálják, amit korábban is. Hétköznapi példák, melyekben jól teljesül a törvény:

- A busz vagy a metró ha hirtelen fékez, akkor előre esel, de valójában az történik, hogy te mennél tovább előre, csak az alattad lévő jármű sebessége csökken.
- Induláskor az ülésbe nyomódsz, mert maradnál egy helyben, de a jármű gyorsít, amiben ülsz.
- A levesestányért vagy poharat ha meglököd, majd megállítod, a folyadék a mozdítás irányába kilöttyen.
- Ha a bicikli kereke megakad, akkor te tovább repülsz előre.
- Jégkorcsolyapályán ha meglöknek téged, akkor tovább lendülsz, mert a súrlódás kicsi.

2. A dinamika alapegyenlete

Ha van külső hatás, azaz a teste hat egy erő, akkor az erő irányába gyorsul. De nem feltétlenül megy ténylegesen abba az irányba!

- Pl.: fékező metró előre halad, de hátrafelé hat az erő és hátrafelé is gyorsul.
- A testre ha több erő hat, azok vektoriálisan összegezhetők, így kapjuk az eredő erőt. Ezt kell az összefüggésbe beírni.
- Newton eredetileg az impulzus fogalmával mondta ki az összefüggést.

3. A hatás-ellenhatás törvénye

Az erők mindig párosával lépnek fel, az egyik az egyik testre, a másik a másik testre hat.

- A Föld által kifejtett vonzóerő tarja a Föld körül körpályán a Holdat. A Hold által a Földre kifejtett vonzóerő hozza létre az ár-apály jelenséget.
- A rakéta hátrafelé löki ki az elégetett üzemanyagot, ennek ellenereje löki előre a rakétát.
- A medúza a vizet kinyomja hátra, így halad előre.
- *"De mi van, ha én téged most lefejellek? A hatás-ellenhatás elve lép életbe. Ugyanannyira kajakra leszek megfejelve."*

Az erő fogalma

Az erő legfontosabb jellemzői:

- Mozgásállapot változást vagy alakváltozás okoz.
- Vektormennyiség, van nagysága és iránya.
- Támadáspont: ahol az erőátvitel történik egyik testről a másikra. A nehézségi erő a test tömegközéppontjában támad.
- Hatásvonal: támadásponton átmenő, erővel párhuzamos egyenes. Az erő a hatásvonala mentén eltolható.

Az erő az impulzus megváltozása egységnyi idő alatt:

$$F \equiv \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t} = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F = m \cdot a \quad (7)$$

$$[F] = \left[\frac{\Delta I}{\Delta t} \right] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \equiv \text{N} \quad (8)$$

Az erőtvény fogalma

Az erőtvény fogalmának jelentése:

Az erőnek az erőhatás legfontosabb jellemzőivel megadott **matematikai kifejezését** nevezzük erőtvénynek. Ezt helyettesítjük be az F helyére.

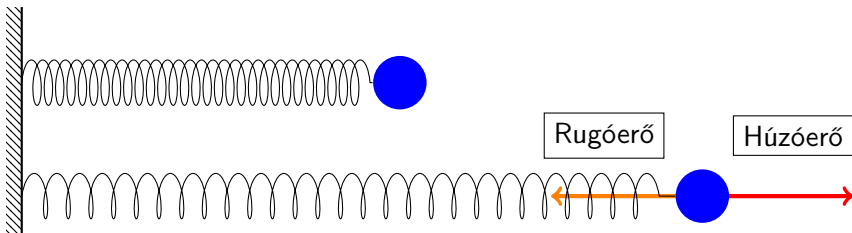
Az erőtvények tartalma lehet:

- A kölcsönhatásban levő test tulajdonságai.
- A kölcsönhatásban részt vevő test képességei.
- A környezet bizonyos jellemzői.
- Konstansok (állandók)

A rugó működése

Megfigyelések:

- A rugó eredeti hossza x , a megnyúlás nagysága Δx
- A rugó vissza szeretné nyerni eredeti alakját
- Belső erők hatása érvényesül
- Az erőhatás megnyúlást vagy összehúzódást okozhat
- Ha megnyújtom visszahúzza, ha összenyomom visszanyomja



A rugóállandó

A D direkción erő definíciója

- $F \rightarrow$ A megnyúlást okozó erőhatás (N)
- $\Delta x \rightarrow$ Az alakváltozás mértéke (m)
- A kettő hányadosa a rugóállandó, jele: D
- $D = 40 \frac{N}{m}$ jelentése: ez a rugó $40 N$ erő hatására 1 métert nyúlik.

$$D = \frac{F}{\Delta x} \quad (9)$$

$$[D] = \left[\frac{F}{\Delta x} \right] = \frac{N}{m} \quad (10)$$

A Hooke-törvény

A rugalmas erőt leíró erőtvény a Hooke-törvény:

- F_r A rugóban fellépő rugalmas erő nagysága.
- Az F_r egyenesen arányos a test Δx hosszváltozásával.
- A hosszváltozással ellentétes irányú ez az erő (ezért mínusz).
- Az arányossági tényező a D rugóállandó.

$$F_r = -D \cdot \Delta x$$



4. ábra. Robert Hooke (1635 – 1703) angol tudós, polihisztor.

Kísérlet: közös mérés a rugóval

A kísérlet lépései:

- A rugóra egy 100 g-os súlyt akasztva mértük a megnyúlást.
- További súlyokat akasztottunk rá és mértük a megnyúlást.

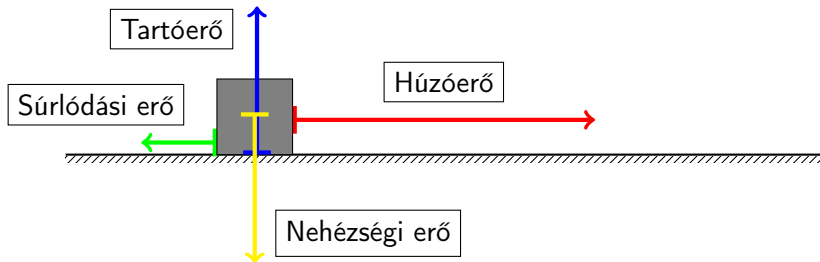
F(N)	1 N	2 N	3 N	4 N	5N	6 N	7 N
Δl (cm)	1.5	3	4.5	6	7.5	8.9	10.2
$\frac{F}{\Delta l} \left(\frac{N}{m} \right)$	66.67	66.67	66.67	66.67	66.67	67.42	68.63

6. táblázat. A mérési adatok táblázata.

A kísérlet tapasztalatai:

- Minél nagyobb a húzóerő annál nagyobb a megnyúlás.
- Csak kis megnyúlás esetén van köztük egyenes arányosság.

A csúszási súrlódás jelensége



Kísérleti tapasztalat:

- A tartóerő és a nehézségi erő azonos nagyságú, de ellentétes.
- A súrlódás oka, hogy a testet a nehézségi erő húzza a talaj felé, így a talajt ill. a testet alkotó részecskék között kölcsönhatás jön létre.
- A húzóerő nagyságától függetlenül létrejön.
- A csúszási súrlódás akadályozza a relatív mozgást.

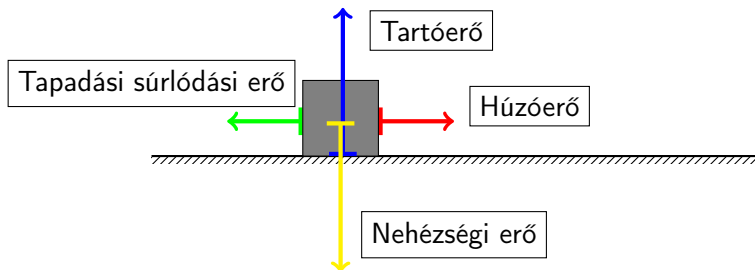
A csúszási súrlódási tényező

Megfigyelések:

- Minél nagyobb a felületeket összenyomó erő, annál nagyobb a fellépő F_s csúszási súrlódási erő.
- Egyenes arányosság van a test súlya és a súrlódási erő között.
- Az arányossági tényező neve: **csúszási súrlódási tényező**.
- Az arányossági tényező jele: μ [mű]
- A μ jelentése: Hányad része a csúszási súrlódási erő a súlynak?
- Nincs mértékegysége, ezért százalékban is megadható.

$$\mu = \frac{F_s}{m \cdot g} \quad (11)$$

A tapadási súrlódás jelensége



Kísérleti tapasztalat:

- A tartóerő és a nehézségi erő ugyanakkora, de ellentétes irányú.
- A húzóerő és a tapadási erő ugyanakkora, de ellentétes.
- A tapadási súrlódási erő mindig akkora és olyan irányú, hogy megakadályozza a relatív mozgást.
- Létezik legnagyobb értéke, mely a test súlyától is függ.

A tapadási súrlódási tényező

Megfigyelések:

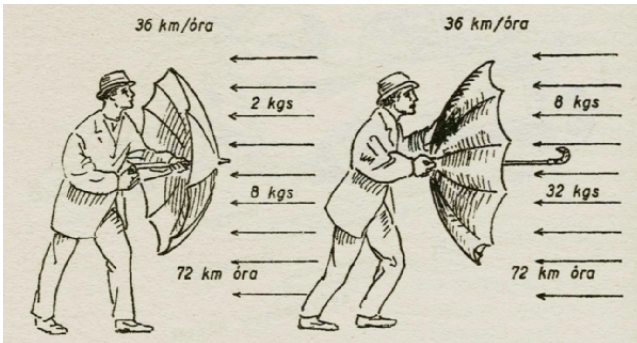
- Minél nagyobb a felületeket összenyomó erő, annál nagyobb a fellépő $F_{s,t,max}$, azaz a tapadási súrlódási erő maximuma.
- Egyenes arányosság van a test súlya és az $F_{s,t,max}$ között.
- Az arányossági tényező neve: **tapadási súrlódási tényező**.
- Az arányossági tényező jele: μ_0 [mű null]
- A μ_0 jelentése: Hányad része az $F_{s,t,max}$ a súlynak?
- Nincs mértékegysége, ezért százalékban is megadható.

$$\mu_0 = \frac{F_{s,t,max}}{m \cdot g} \quad (12)$$

A közegellenállás jelensége

Kísérleti tapasztalat:

Minden közegben (pl.: víz, levegő) olyan erőhatás érvényesül, mely a közeghez képest mozgó testet lassítani próbálja.



5. ábra. Légellenállás a hétköznapokban










A közegellenállási erő

Megfigyelések

Az F_k közegellenállási erő:

$$F_k = \frac{1}{2} \cdot c_1 \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \quad (13)$$

- $c_1 \rightarrow$ Az alaktényező.
- $A \rightarrow$ A homloklfelület.
- $\rho \rightarrow$ A közeg sűrűsége.
- $v \rightarrow$ Relatív sebesség.

Shape		Drag Coefficient
Sphere		0.47
Half-sphere		0.42
Cone		0.50
Cube		1.05
Angled Cube		0.80
Long Cylinder		0.82
Short Cylinder		1.15
Streamlined Body		0.04
Streamlined Half-body		0.09

Measured Drag Coefficients

6. ábra. A közegellenállási alaktényezők mérések alapján

A Newton-féle gravitációs erőtvény

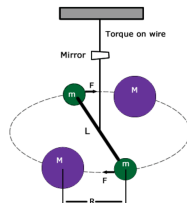
Mitől és hogyan függ a vonzó erő nagysága?

- Az egyik test m_1 tömegével egyenesen arányos.
- A másik test m_2 tömegével egyenesen arányos
- A testek r távolságának a négyzetével fordítottan arányos
- Az arányossági tényező γ , vagy G a gravitációs állandó.

Matematikai alakban a törvény:

$$F_{\text{grav}} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\gamma \text{ értéke: } 6,76 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg^2 \cdot s^2}$$



7. ábra. A gravitációs állandó mérése Cavendish nevéhez fűződik.