ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és
Kollégium – Biológia tagozat

Fizika 11. osztály

III. rész:
Mechanikai rezgések és hullámok

Készítette: Balázs Ádám

Budapest, 2020. május 24.

Tartalomjegyzék

III. rész: Mechanikai rezgések és hullámok 3

47. A harmonikus rezgőmozgás 3
48. A rezgőmozgás kinematikája 5
49. A rezgőmozgás grafikonjai 7
50. A rezgőmozgás dinamikai leírása 9
51. A rezgő rendszer energiája 11
52. A fonálinga lengésidejének mérése 13
53. A fonálinga mozgásegyenlete 14
54. Rezgés sajátfrekvenciája 16
55. Hullámjelenségek 18
56. Hullámok viselkedése közeghatáron 20

47. óra A harmonikus rezgőmozgás

Rezgés: Minden változás, amely időbeli ismétlődést mutat[1].

Rezgőmozgás: A test egyensúlyi helyzetéből kimozdul, és két szélső helyzet között szimmetrikusan periodikus mozgást végez, mely lehet csillapítatlan[2] és csillapított[3].

Kísérlet. Hogyan változik a rugóra felfüggesztett test rezgésideje különböző nagyságú kitérítés esetén?

Kicsi és nagy kitérés esetén is a rezgésidő ugyanannyinak adódik.

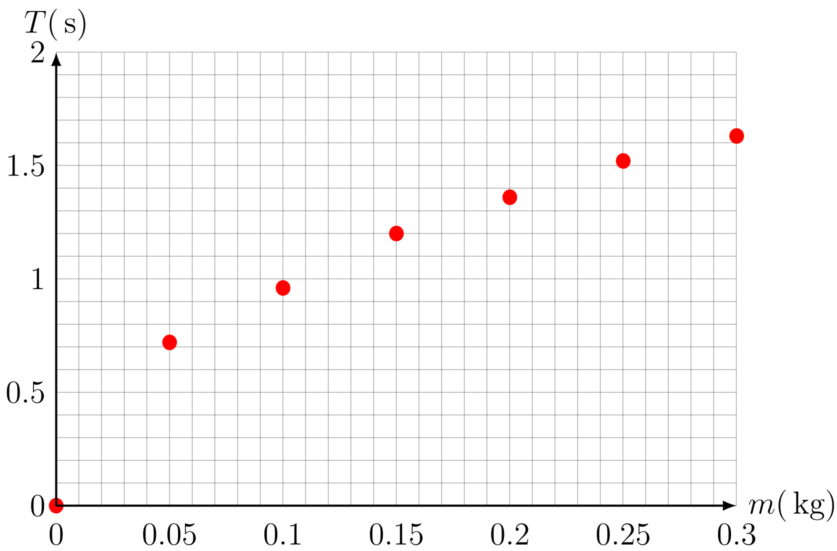
Kísérlet. Mérd meg egy rugóra felfüggesztett test rezgésidejét különböző tömegek esetén!

Tömeg	**10 periódus**	**Rezgésidő**	**Rezgésidő négyzete**
0g	0 s	0 s	0 s^2
50g	7,2 s	0,72 s	0,5184 s^2
100g	9,6 s	0,96 s	0,9216 s^2
150g	12 s	1,2 s	1,44 s^2
200g	13,6 s	1,36 s	1,8496 s^2
250g	15,2 s	1,52 s	2,3104 s^2
300g	16,3 s	1,63 s	2,6569 s^2

47.1. táblázat. A tömeg és a rezgésidő négyzete között van lineáris összefüggés. Adott tömeg esetén mindig ugyanazt a periódusidőt kapjuk, ez a rendszer egy jellemző adata.

[1] Ez az általános definíció a fizika minden területén megállja a helyét.
[2] Ez az idealizált eset.
[3] A csillapított rezgőmozgásnak több típusa is van, ezekről később lesz szó.

A rezgésidő és a tömeg összefüggése: A mérési adatokat grafikonon ábrázolhatjuk, és láthatjuk, hogy nem egyenes arányosság van a két mennyiség között.



1. ábra. A rugó rezgésideje a rákasztott tömeg függvényében. A két mennyiség között négyzetgyökös összefüggést fedezhetünk fel.

47. Házi feladat. Ábrázold a tömeg függvényében a rezgősidő négyzetét! Határozd meg az egyenes egyenletét!

47. Szorgalmi. Hogyan változik egy rugó rezgésideje, ha függőleges helyett vízszintes irányban rezeg, illetve ha a Holdon rezeg?

48. óra A rezgőmozgás kinematikája

A rezgőmozgás fizikai mennyiségei:

- **Egyensúlyi helyzet:** A testre ható erők eredője itt nulla.
- **Kitérés:** Az egyensúlyi helyzetből a tömegpont pillanatnyi helyébe mutató helyvektor. Jele általában: $\vec{y}$
- **Amplitudó:** A maximális kitérés nagysága. Jele: A
- **Rezgésidő:** Egy teljes rezgés időtartama. Jele: T
- **Rezgésszám:** Egységnyi idő alatti rezgések száma. Jele: f

Kísérlet. Próbáljuk meg szinkronba hozni egy egyenletes körmozgást végző test és egy rezgő teste mozgását!

Némi kísérletezés után be lehet állítani, hogy a rezgést végző test és a körpályán mozgó másik test oldalról nézve egyszerre mozogjon.

Referencia körmozgás: A rezgéshez egy ω szögsebességű körmozgás rendelhető[1], melynek α szögelfordulásnál vett vetülete fedésbe hozható a rezgéssel. A körpálya sugara amplitudó nagyságú.

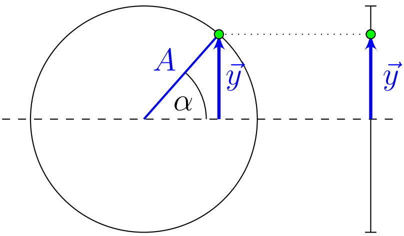
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \alpha = \omega \cdot t \qquad r = A$$

Harmonikus rezgőmozgás: A test mozgása összhangban van[2] egy egyenletes körmozgást végző test vetületének mozgásával. Az ilyen mozgást végző test kitérése szinuszosan függ az időtől.

[1] A két folyamat T periódusideje egyenlő. Az ω számértéke is megegyezik, de körmozgásnál szögsebességnek, míg rezgésnél körfrekvenciának nevezzük.

[2] Az összhang miatt nevezik harmonikusnak.

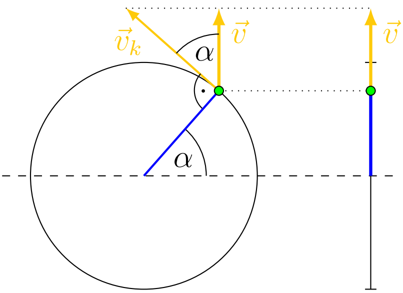
Kitérés-idő: Ha a referencia körmozgást végző test $\alpha = \omega \cdot t$ fázisszögű, akkor a rezgési síkra vett vetülete adja rezgő test helyét.



$$\sin(\alpha) = \frac{y}{A}$$

$$\boxed{y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

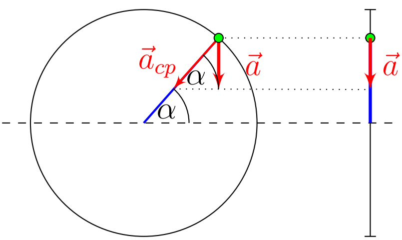
Sebesség-idő: A referencia körmozgás kerületi sebességére igaz, hogy $v_k = \omega \cdot r = \omega \cdot A$, ennek vetülete lesz a rezgés sebessége:



$$\cos(\alpha) = \frac{v}{v_k}$$

$$\boxed{v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}$$

Gyorsulás-idő: A körmozgás $A \cdot \omega^2$ nagyságú centripetális gyorsulásának a rezgés síkjára vett merőleges vetületét tekintjük.



$$\sin(\alpha) = \frac{a}{a_{cp}}$$

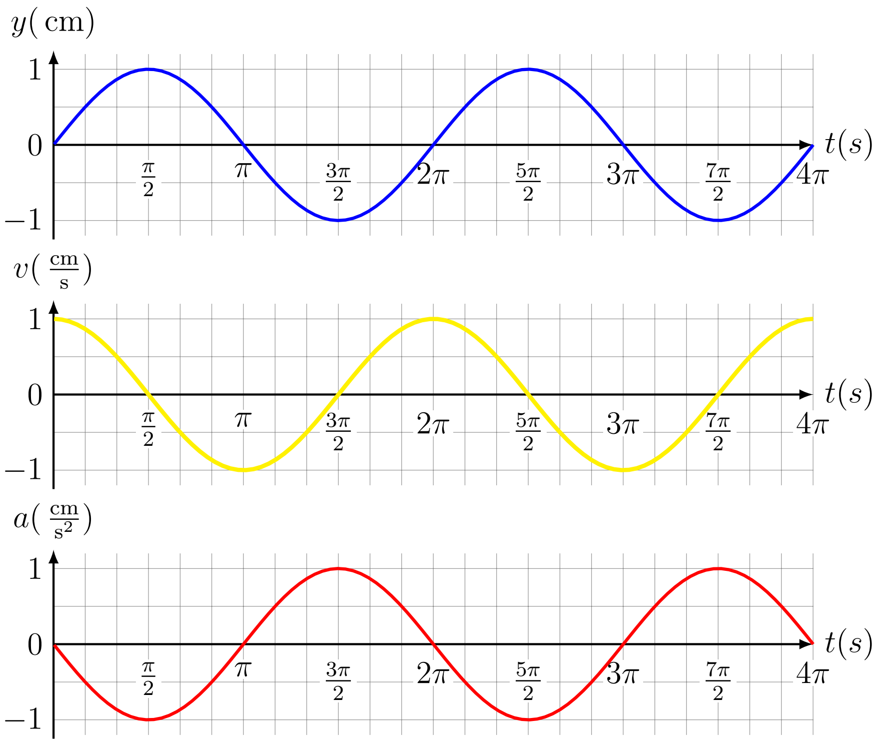
$$\boxed{a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

48. Házi feladat. Az $a(t)$-t alakítsd át úgy, hogy $y(t)$ legyen benne!

48. Szorgalmi. Találj ki egy módszert az összefüggések megjegyzésére!

49. óra A rezgőmozgás grafikonjai

1. Feladat. Írjuk fel egy rezgőmozgás kitérés- idő, sebesség- idő és gyorsulás- idő függvényeit! Legyen $A = 1\,\mathrm{cm}$ és $T = 2\pi$ s



2. ábra. A harmonikus rezgőmozgást végző test kitérés-idő, sebesség-idő, gyorsulás idő grafikonjai. Vegyük észre, hogy ahol az egyik függvény szinte nem változik, az alatta lévő ugyanakkor nulla, ahol pedig növekedés van, ott az alatta lévő pozitív, ahol csökkenés van, ott az alatta lévő negatív.

A maximális sebesség: A rezgő test sebessége akkor a legnagyobb, amikor az egyensúlyi helyzeten áthalad, értéke:

$$v_{max} = A \cdot \omega$$

Az egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor a gyorsulás értéke zérus.

A maximális gyorsulás: A harmonikus rezgőmozgást végző test gyorsulása a két szélső helyzetben a legnagyobb, értéke:

$$a_{max} = A \cdot \omega^2$$

Ezekben a szélső helyzetekben a sebesség értéke zérus.

2. Feladat. Harmonikus rezgőmozgást végző test maximális kitérése 4 cm, és 3 másodperc alatt 25 teljes rezgés zajlik le. Ábrázold a kitérést, a sebességet és a gyorsulást az idő függvényében!

49. Házi feladat. Rugón rezgő test esetén $A = 2$ cm és $T = 0{,}6$ s. Ábrázold a kitérést, a sebességet és a gyorsulást az idő függvényében!

49. Szorgalmi. Van-e olyan fázis, amikor a kitérés, a sebesség, vagy a gyorsulás közül valamelyik kettőnek a számértéke azonos?

50. óra A rezgőmozgás dinamikai leírása

3. Feladat. Milyen lehet egy test mozgása, ha nem hat rá erő, vagy a rá ható erők eredője nulla, vagy ha állandó erő hat rá?

Ha az eredő erő nulla, akkor egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, vagy nyugalomban van. Állandó erő esetén egyenletesen gyorsul az erő vektorának irányába[1].

A rezgőmozgás dinamikai feltétele: Minden test harmonikus rezgőmozgást végez az egyensúlyi helyzete körül, ha a kitérítésével egyenesen arányos visszahúzó erő hat rá. Egyensúlyban a kitérítés nulla, így az eredő erő is. Ha kimozdítjuk innen a testet, akkor a rugó miatt rá egy ellentétes, de a kitéréstől lineárisan függő erő hat rá[2]. Az arányossági tényező a rugóállandó[3].

$$\vec{F} = -D \cdot \vec{y}$$

Ezt az erőtörvényet írhatjuk be a dinamika alapegyenletébe:

$$\boxed{\sum_{i}^{n} \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}}$$

A gyorsulásba a korábbi kitérést tartalmazó összefüggést:[4] írhatjuk be.

$$-D \cdot \vec{y} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{y}$$

[1] A test nem feltétlenül mozog ténylegesen az erő irányába.

[2] Ez a Hooke-törvény, de más erő is tud rezgőmozgást létrehozni, pl. a felhajtóerő.

[3] Ha $D = 42\,\frac{N}{m}$, akkor a rugót 42 N erővel lehet 1 m-rel nagyobbra kihúzni.

[4] A gyorsulásra felírt $\vec{a} = -\omega^2 \cdot \vec{y}$ kinematikai összefüggést használjuk fel.

Az $\vec{y}$ vektor előtti skalárok meg kell, hogy egyezenek, így:

$$D = m \cdot \omega^2 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

A körfrekvencia és a periódusidő közötti $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ összefüggést felhasználva a harmonikus rezgőmozgás periódusideje:

$$\boxed{T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}$$

A rugó effektív tömege: Pontos mérések és elméleti számításokból levezethető, hogy a tömeghez hozzá kell adni a rugó tömegének harmadát, ez a rugó effektív tömege. Ennek alapján:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m + \frac{m_{\text{rugó}}}{3}}{D}}$$

50. Házi feladat. Mekkora a rugóállandója annak a rugónak, amelyen 20 kg tömegű test 2 másodperces periódusidővel rezeg. Mekkora a maximális sebesség és a maximális gyorsulás, ha az amplitúdó 8 cm?

50. Szorgalmi. Igazold a rugó effektív tömegére vonatkozó összefüggést a mérési adatokból!

51. óra A rezgő rendszer energiája

Rezgő test energiája: A kinetikus és rugalmas energia összege:

$$E_{\text{teljes}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{rug}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$$

Szélső helyzetekben a kinetikus energia nulla és a rugalmas energia maximális. Egyensúlyi helyzeten való áthaladáskor a kinetikus energia maximális, és a rugalmas energia zérus.

$$E_{\text{teljes}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$$

4. Feladat. Igazoljuk az energiamegmaradás tételével a rezgésekre felírt összefüggéseket!

$$\frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{m}{D} \cdot \frac{v^2}{A^2} = 1$$

Felhasználva a $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ összefüggést:

$$\frac{x}{A} = \sin\alpha \qquad \longrightarrow \qquad x = A \cdot \sin\alpha$$

$$\sqrt{\frac{m}{D}} \cdot \frac{v}{A} = \cos\alpha \qquad \longrightarrow \qquad v = A \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} \cdot \cos\alpha$$

$$-D \cdot x = m \cdot a \qquad \longrightarrow \qquad a = -A \cdot \frac{D}{m} \cdot \sin\alpha$$

5. Feladat. Igazold, hogy a függőlegesen rugóra rögzített test mozgása is harmonikus rezgőmozgás!

Függőlegesen elhelyezett rugóra akasztott test új egyensúlyi helyzetében a nyugvó testre felírható Newton II. törvénye:

$$D \cdot y_0 - m \cdot g = 0 \quad \longrightarrow \quad D = \frac{m \cdot g}{y_0}$$

Az új egyensúlyi helyzettől mérve y-t, felírható a mozgásegyenlet:

$$D \cdot (y_0 - y) - m \cdot g = m \cdot a \quad \longrightarrow \quad -D \cdot y = m \cdot a$$

6. Feladat. Igazold, hogy rugó rezgésidejének összefüggése mértékegység szerint másodperc!

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad \longrightarrow \quad \left[\frac{m}{D}\right] = \frac{\mathrm{kg}}{\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = \frac{\mathrm{kg}}{\frac{\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{m}}} = \mathrm{s}^2$$

7. Feladat. Egy felfüggesztett, nyújtatlan rugót egy ráakasztott test 5 cm-rel nyújt meg. A testet 3 cm-rel az egyensúlyi helyzet alá visszük, és ott elengedjük. Mekkora lesz a rezgés periódusideje, a rezgő test maximális sebessége és maximális gyorsulása? Mekkora a rendszerben lévő összes energia?

51. Házi feladat. Egy varrógép tűje harmonikus rezgőmozgást végez. Mozgása legalsó és legfelső pontja között 4 cm a távolság. A gép 9 s alatt 24 öltést ejt.

a) Mekkora a tű max. sebessége és max. gyorsulása?

b) A cérna egy 1 cm átmérőjű lassan elforduló cérnaorsóról tekeredik le. Hányat fordul 1 perc alatt a cérnaorsó, ha egy öltéshez 4 mm cérnára van szükség?

51. Szorgalmi. Készíts Excellben (vagy Geogebrában) egy programot, mely a rezgőmozgás grafikonjait rajzolja ki!

52. óra A fonálinga lengésidejének mérése

Matematikai inga: Elhanyagolható tömegű, ℓ hosszú fonalra függesztett, m tömegű pontszerű test, mely egy erőtérben mozog.

Lengésidő: Az inga egy teljes lengésének időtartama. Jele: T

Kísérlet. Hogyan függ az inga lengésideje a kitérítés nagyságától?

Kis kitérítésekre a lengésidő ugyanaz marad. Nagy kitérítés esetén várható eltérés.

Kísérlet. Hogyan függ az inga lengésideje az inga tömegétől?

Bármekkora tömeget rakunk az ingára, a lengésidő ugyanannyi.

Kísérlet. Hogyan függ az inga lengésideje az inga hosszától?

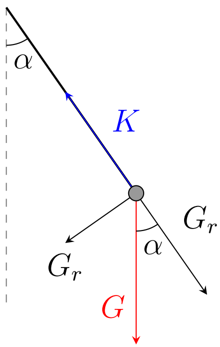
Az inga lengésidejének négyzete arányos a hosszával.

52. Házi feladat. Mérd meg az inga lengésidejét különböző hosszúság esetén! Határozd meg az összefüggést a két mennyiség között!

52. Szorgalmi. Határozd meg a mérés hibáját!

53. óra A fonálinga mozgásegyenlete

Az inga próbál visszatérni az egyensúlyi helyzetébe, tehát úgy viselkedik, mint egy rugó. Meghatározzuk a visszatérítő erőt és a kitérést, ebből kiszámítjuk a "rugóállandót", amit behelyettesítjük a rugóállanó összefüggésébe.



Az ingára hat a K kötélerő, amely mindig a kötél irányába mutat, továbbá a lefelé mutató G nehézségi erő. A nehézségi erőt kötélirányú (radiális[1]) és arra merőleges (tangenciális[2]) komponensre bontjuk:

$$\vec{G} = \vec{G_r} + \vec{G_t}$$

A visszatérítő erőt a nehézségi erő radiális komponensének tekintjük, a kitérést pedig közelítjük az egyensúlyi helyzettől mért vízszintes távolsággal. Ez a két állítás csak nagyon kis kitérés esetén, azaz kb. 5 foknál kisebb esetben használható. Ez után hasonló háromszöget keresve felírhatjuk a következő összefüggést:

$$\sin\alpha = \frac{G_t}{G} \qquad \Longleftrightarrow \qquad G_t = G \cdot \sin\alpha$$

Az inga kitérése közelíthető az egyensúlyi helyzettől vízszintesen mért távolsággal:

$$\sin\alpha = \frac{x}{l} \qquad \Longleftrightarrow \qquad x = l \cdot \sin\alpha$$

[1]azaz sugárirányú
[2]azaz érintő irányú

Ezek után felírhatjuk a "rugóállandót", mely az erő és a kitérés hányadosa:

$$D = \frac{F}{x} = \frac{G \cdot \sin\alpha}{l \cdot \sin\alpha} = \frac{G}{l} = \frac{m \cdot g}{l}$$

A lengésidőre a következő összefüggést kapjuk a behelyettesítés után:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{m \cdot g}{l}}} = 2\pi\sqrt{m \cdot \frac{l}{m \cdot g}} \qquad \boxed{T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Ebben nem szerepel a tömeg és a maximális kitérítés, a kísérletekkel összhangban.

8. Feladat. Az olyan fonálingát, melynek a lengésideje 2 s, tehát oda és vissza is 1-1 s alatt lendül át, másodpercingának szokás nevezni. Milyen hosszú a másodpercinga?

9. Feladat. Milyen hosszú lenne a másodpercinga a Holdon, ha ott a nehézségi gyorsulás a földi értéknek kb. a hatodrésze?

10. Feladat. Mennyi a lengésideje annak a fonálingának, amelynek 40 cm a hossza?

11. Feladat. Mekkora az előbbi ingának a lengésideje a Holdon?

12. Feladat. Mekkora a lengésideje egy 3 kg-os, 140 cm-es kötélen lógó testnek?

53. Házi feladat. Egy hosszú kötélre felkötött test 1 perc alatt 12 teljes lengést végez. Milyen hosszú kötélen függ a test? Milyen nehéz a test?

53. Szorgalmi. Mennyi a g értéke ott, ahol a 4 m hosszú fonálinga 40 másodperc alatt végez 20 teljes lengést? Lehet-e ez a hely a Föld felszínén?

54. óra Rezgés sajátfrekvenciája

Csillapítatlan rezgés: Az amplitudó nagysága nem csökken. A kezdeti $\frac{1}{2}DA^2$ rugalmas energia átalakul $\frac{1}{2}mv_{max}^2$ kinetikus energiává, majd vissza. Az ilyen rezgést szabad rezgésnek is nevezik.

Sajátfrekvencia: Szabad rezgés frekvenciája, mely a másodpercenkénti rezgéseket jelenti és a rendszer jellemzőitől függ. Jele: f_0

Csillapított rezgések: Az amplitudó nagysága idővel csökken. Az energia a súrlódás és a közegellenállás miatt disszipálódik[1] a rendszerből. Pl. a hangszálak rezgését csillapítja a levegő, cserébe a levegő jön rezgésbe.

Közegellenállással csillapított rezgés: Az amplitudók csökkennek és egy csökkenő exponenciális függvényt rajzolnak ki.

Súrlódással csillapított rezgés: Az amplitudók csökkennek és egy csökkenő lineáris függvényt rajzolnak ki.

Kényszerrezgés: Egy f frekvenciájú, periodikus külső erő hat a testre. A testet a gerjesztő erő f frekvenciájú rezgésre kényszeríti.

Kísérlet. Egy rugóval rögzített testre különböző frekvenciájú külső erőt fejtünk ki. Milyen mozgást végez a test?

Rezonancia: Maximális amplitudó $f = f_0$-nál várható. Az f gerjesztő frekvencia függvényében ábrázoljuk az amplitudót. A maximum értéke függ a csillapítás mértékétől is.

[1] Visszafordíthatatlanul hőenergiává alakul a test energiája

Csatolt rezgés: Két rezgő test között az energia oda-vissza áramlik, egymást hozzák rezgésbe. Egyenlő hosszúságú ingák esetén a változás szabályos, eltérő hossz esetén kevésbé.

Kísérlet. Wilberforce-ingát hozzunk kitérésbe! Mi történik?

54. Házi feladat. Hogyan lehet védekezni a földrengések ellen? Milyen módszerek léteznek a különböző frekvenciájú rezgések ellen?

54. Szorgalmi. Tervezz Wilberforce-ingát[2]!

[2]Szerezz egy lágy csavarrugót, rögzítsd és helyezz el rajta egy tárgyat és oldalról tekerj bele csavarokat. Mérd meg a rezgésidőt! Ez után hozd torziós rezgésbe, azaz csavard meg és engedd el, hogy pörögjön. Ha az így mért periódusidő nagyobb, mint a hosszanti, akkor a csavarokat csavard jobban be, ha kisebb, akkor ki. Miután sikerült a két rezgésidőt összehangolni, készen van.

55. óra Hullámjelenségek

Hullám: Egy rendszer állapotának megváltozása (zavar) a térben tovaterjed. A terjedés irányába anyag nem szállítódik előre.

A hullámok csoportosítása a terjedő hatás típusa szerint:

- **Mechanikai hullámok:** Rugalmas közegben egy deformáció terjedhet tova, vagyis a részecskék rezgésállapota terjed.
- **Elektromágneses hullámok:** A térerősség zavarai terjednek tova. Közeg sem kell hozzá, vákuumban is terjedhet.
- **Gravitációs hullámok:** Einstein a gravitáció magyarázatára készített egy modellt, a téridőt. A téridő görbületének hullámszerű változását jósolta meg 1915-ben. Rengeteg kutatás után 2015. szeptember 14-én észlelték először.

A hullámok csoportosítása a dimenziószám alapján:

- **Vonal menti hullámok:** Rugalmas pontsoron, kötélen, gumiszalagon, dróton, húron, bármilyen egy dimenziós közegben terjedő hullámok. Példa
- **Felületi hullámok:** A víz hullámai, a dob és a cintányér, illetve bármilyen két dimenziós membrán rezgései. Példa
- **Térbeli hullámok:** A levegőben terjedő hanghullámok, pontszerű fényforrás által keltett gömbhullámok, síkhullámok, továbbá a földrengések. Példa

A hullámok csoportosítása a rezgés iránya szerint:

- **Transzverzális hullámok:** A rezgés merőleges a terjedés irányára. Folyadékokban és gázokban nincsenek ilyen hullámok. Hullámhegyek és hullámvölgyek váltogatják egymást. Pl.: fény, a kötélen terjedő hullámok, mexikói hullám
- **Longitudinális hullámok:** A rezgés iránya megegyezik a terjedés irányával. Minden halmazállapotban létrejöhet. Sűrűsödések és ritkulások követik egymást. Pl.: hang, autók megindulása a zöld lámpánál.
- **A kettő kombinációja:** A víz hullámaiban a víz felszíni részecskéi közelítőleg körmozgást végeznek, csak fáziseltéréssel.

Amplitúdó: A rezgőmozgás legnagyobb kitérése. Jele: A

Hullámhossz: Legközelebbi, azonos fázisú pontok távolsága. Jele: λ

Periódusidő: Az egyensúly körül rezgő pont rezgésideje. Jele: T

Rezgésszám: A hullámforrás rezgésszámával egyenlő. Jele: f

Terjedési sebesség: Egy kiszemelt fázis sebessége. Jele: c

$$\text{Kiszámítása: } c = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

13. Feladat. Értelmezzük a fogalmakat transzverzális hullámon!

55. Házi feladat. Értelmezzük a fogalmakat longitudinális hullámon!

55. Szorgalmi. Készíts felvételt egy hullámról és röviden írj róla!

56. óra Hullámok viselkedése közeghatáron

Egydimenziós hullámok visszaverődése:

- **Rögzített végről:** A hullám ellentétes fázisban verődik vissza, mert amikor a hullám a rögzített véghez érkezik, akkor a gumikötél erőt fejt ki a falra, a fal ugyanilyen nagyságú, de ellentétes irányú erőt fejt ki a gumikötélre, mely erő ellentétes fázisba lendíti át.
- **Szabad végről:** Ekkor a hullám azonos fázisban verődik vissza, mert amikor a zavar elérkezik a szabad véghez, nem lép fel erő, amely fázisugrást okozna.

Kétdimenziós hullámok leírásához használt fogalmak:

- **Hullámfront:** az azonos fázisban lévő pontok összessége, távolságuk λ.
- **Körhullám:** az azonos fázisú pontok koncentrikus körökön mentén találhatók
- **Egyenes hullám:** az azonos fázisú helyek párhuzamos egyeneseken vannak.
- **Sugár:** hullámfrontra merőleges vektor, erre halad a hullám.

Visszaverődési törvény: A bejövő hullám eléri a közeghatárt. Merőlegest állítunk a határra a beesési ponton át. Ehhez képest mérjük az α beesési szöget és a α' visszaverődési szöget. A bejövő és visszaverődő hullám normálisai és a beesési merőleges egy síkban vannak továbbá $\alpha = \alpha'$.

A tükör-módszer: Egy körhullám vagy egyeneshullám a közeghatárra ér. Vegyünk fel egy fiktív hullámforrást úgy, hogy tükrözzük a valódi forrást a közeghatárra. Ekkor a fiktív pontból jövő hullámok adják a visszavert hullámot. Példa

Háromdimenziós hullámok visszaverődése:

- **Gömbhullám:** Az azonos fázisban rezgő pontok egy gömbfelületen vannak, melyek középpontja a pontszerű forrás. A gömbfelületek távolsága λ.
- **Síkhullám:** A hullámfrontok egymástól λ távolságra lévő párhuzamos síkok.

14. Feladat. Hullámtanilag sűrű, illetve ritka köteleket összeragasztunk és hullámot indítunk el egyik végén. Milyen jelenségeket figyelhetünk meg? 1. Ritkából sűrűbe. 2. Sűrűből ritkába.

A közeg sűrűsége: Hullámtani értelemben ez a a benne haladó hullámok terjedési sebességével kapcsolatos. Sűrű[1] közegben a hullám gyorsabban tud a haladni.[2]

Snellius–Descartes-törvény: A beeső hullám, a beesési merőleges és a megtört hullám egy síkban van. Azonos sűrűségnél nincs törés. Ha sűrűbb közegbe hatol be a hullám - vagyis ahol lassabban halad - a beesési szögnél kisebb lesz a törési szög.

$$\boxed{\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2:1}}$$

[1]Nincs köze a hagyományos $\rho = \frac{m}{v}$ sűrűséghez

[2]Két különböző közeg akár azonos sűrűségű is lehet, amennyiben bennük a fázissebesség azonos.

Relatív törésmutató: Ha hullám az 1. közegből a 2.-ba halad, akkor a második közeg elsőre vonatkozó[3] törésmutatója:

$$\boxed{n_{2:1} = \frac{c_1}{c_2}}$$

15. Feladat. A hanghullám terjedési sebessége levegőben 340 $\frac{m}{s}$, vízben 1490 $\frac{m}{s}$. Mekkora szögben törik meg az a hanghullám, ha 10 fokos beesési szögben érkezik?

Totálreflexió: Ha a hullám egy sűrűbb közegből egy hullámtanilag ritkább közeg határához érkezik, továbbá a beesési szög elég nagy, akkor a teljes hullám visszaverődik a határfelületről.

Határszög: Azt határozza meg, hogy a hullám egy hullámtanilag sűrűbb közegből egy hullámtanilag ritkább közeg határához érkezve hogyan halad tovább: megtörik, vagy teljes visszaverődés történik.

56. Házi feladat. Fénynél a víz levegőre vonatkoztatott törésmutatója

$$n_{\text{víz:levegő}} = 1,33$$

Mekkora szögben törik meg a 30 fokban érkező fénysugár?

56. Szorgalmi. Mekkora a határszög a vízből levegőbe haladó fénysugár esetén?

[3] Ebből következik, hogy $n_{2:1} = \frac{1}{n_{1:2}}$